

- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- **La rédaction entrera pour une part importante de la notation**
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

**Exercice 1** (  $\simeq 2,5$  points). Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On définit le nombre  $\ell$  par

$$\ell = -2 \times \frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{1 - \frac{5}{3}}$$

Calculer  $\ell$  et l'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation

$$5x + 7 - 2(3 - x) = 0$$

**Exercice 2** (  $\simeq 9,5$  points). On considère  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x^2(3 - 2 \ln x)$$

1. Calculer, puis factoriser,  $f'(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .
2. a) Déterminer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $0^+$  (c'est-à-dire quand  $x$  tend vers 0 avec  $x > 0$ ).  
b) Déterminer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ .
3. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ . On précisera également les valeurs à mettre au bout des flèches.
4. a) Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .  
b) Sur quel(s) intervalle(s) contenu(s) dans  $]0; +\infty[$  la fonction  $f$  est-elle convexe ?

**Exercice 3** (  $\simeq 8$  points). Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

Consignes pour chacune des questions : il est demandé d'illustrer chacune des résolutions par un dessin de cercle trigonométrique annoté.

1. Résoudre sur  $[-\pi; \pi]$  l'inéquation :  $\sin x < \frac{1}{2}$
2. Résoudre sur  $[0; 2\pi]$  l'équation :  $2 \sin^2 x - 1 = 0$
3. Résoudre sur  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  l'équation :  $\cos(5x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$