- Aucun document autorisé
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom : Prénom :

Exercice 1 (sur 3 points). QCM.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Chaque question du QCM admet une et une seule bonne réponse.
Cocher la bonne réponse directement sur l'énoncé et rendre l'énoncé avec la copie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème du QCM pour chacune des questions : $0,75$ point si la réponse est exacte, 0 point si aucune réponse n'est cochée, $-0,5$ point si la réponse est inexacte.
Si la somme totale des points obtenus sur tout l'exercice est négative, la note pour l'exercice est ramenée à 0.

Question 1. On considère deux matrices A et B telles que $A \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$.
Le produit AB vérifie :
☐ $AB \in \mathcal{M}_{5,3}(\mathbb{R})$ ☐ $AB \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ ☐ $AB \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ☐ $AB \in \mathcal{M}_5(\mathbb{R})$
☐ aucune des quatre réponses précédentes.

Question 2. On considère la matrice A de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ définie par $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. Alors :
☐ $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ☐ $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$
☐ $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ aucune des quatre réponses précédentes.

Question 3. On considère la matrice A de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ définie par $A = \begin{pmatrix} \pi & 0 & -8 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 5 & -6 \\ 5 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
Le déterminant de A est égal à :
☐ 0 ☐ 2 ☐ -2 ☐ 5π ☐ aucune des quatre réponses précédentes.

Question 4. On considère la matrice A de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ définie par $A = \begin{pmatrix} 245 & 153 & 10 & 561 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 6 \\ 5 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Le déterminant de A est égal à :
☐ 0 ☐ 2 ☐ -2 ☐ 245 ☐ aucune des quatre réponses précédentes.

Tournez la page svp →

Exercice 2. On considère m un nombre réel donné. On définit la matrice A_m de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ par :

$$A_m = \begin{pmatrix} -3m-8 & -m & 2m \\ m & 1-m & 3m-1 \\ 5 & m & -3m-1 \end{pmatrix}.$$

La partie C de cet exercice est indépendante des parties A et B.

Partie A ($\simeq 4,5$ points).

1. Calculer le déterminant de A_m ; écrire le résultat sous forme factorisée.
2. Pour quelles valeurs de m la matrice A_m est-elle inversible ?

Partie B ($\simeq 3,5$ points).

1. On se place dans le cas où $m = -1$. Si cela est possible, calculer l'inverse de la matrice A_{-1}.
2. On se place dans le cas où $m = 0$. Si cela est possible, calculer l'inverse de la matrice A_0.

Partie C ($\simeq 9$ points).

On considère le système (S_m) suivant :

$$\begin{cases} (-3m-8)x & - & my & + & 2mz & = -16 \\ mx & + & (1-m)y & + & (3m-1)z & = m-1 \\ 5x & + & my & + & (-3m-1)z & = m+5 \end{cases}$$

1. <u>On se place dans le cas où $m = 2$.</u>
   Résoudre le système (S_2), puis décrire clairement l'ensemble des triplets (x, y, z) qui sont solutions du système (S_2). Donner, comme en TD, une interprétation géométrique précise de l'ensemble des solutions.

2. <u>On se place dans le cas où $m = -4$.</u>
   Résoudre le système (S_{-4}), puis décrire clairement l'ensemble des triplets (x, y, z) qui sont solutions du système (S_{-4}). Donner, comme en TD, une interprétation géométrique précise de l'ensemble des solutions.

FIN DU DEVOIR