- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- **La rédaction entrera pour une part importante de la notation**
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom : Prénom :

Exercice 1 ($\simeq$ 10 points). On considère f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+2)^2(1-x).$$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$. On déterminera également les valeurs à mettre au bout des flèches.
3. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse -1.
4. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle convexe ?
5. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses.
6. Tracer l'allure de C_f sur $\mathbb{R}$ en respectant les résultats trouvés aux questions précédentes. On indiquera également les éventuelles tangentes horizontales.
7. On définit la fonction g par $g(x) = \ln(f(x))$. Déterminer l'ensemble de définition de g.

Exercice 2 ($\simeq$ 3 points). Calculer

$$\alpha = \arccos\left(\cos\frac{75\pi}{8}\right) \quad ; \quad \beta = \arcsin\left(\sin\frac{75\pi}{8}\right) \quad \text{et} \quad \gamma = \arctan\left(\tan\frac{75\pi}{8}\right).$$

On écrira chaque résultat sous la forme $\frac{k\pi}{n}$ avec k et n des entiers tels que la fraction $\frac{k}{n}$ soit irréductible.

Exercice 3 ($\simeq$ 4 points). On définit $\alpha = \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

Calculer les trois nombres $\sin(\alpha)$, $\sin(2\alpha)$ et $\sin(3\alpha)$. On écrira chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 4 ($\simeq$ 3 points). On définit $\beta = 2\arctan(5)$.

Calculer $\cos(\beta)$ en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. En déduire une relation entre $2\arctan(5)$ et $\arccos\left(\frac{12}{13}\right)$.

Fin du devoir