

- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- **La rédaction entrera pour une part importante de la notation**
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

**Exercice 1** ( $\simeq 5$  points). On considère  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + 3 \ln x.$$

On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthogonal du plan.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ . On le notera  $D_f$ .
2. Calculer  $f'(x)$  pour tout réel  $x \in D_f$ .
3. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de  $D_f$ .
4. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$ . On déterminera également les valeurs à mettre au bout des flèches.
5. Déterminer l'équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 1.

**Exercice 2** ( $\simeq 4$  points). On considère  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (3x - 1)e^{-2x}.$$

1. Calculer, puis factoriser,  $f'(x)$  et  $f''(x)$  pour tout réel  $x$ .
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est-elle convexe ?

**Exercice 3** ( $\simeq 3$  points). Calculer

$$\alpha = \arccos\left(\cos \frac{22\pi}{7}\right) \quad ; \quad \beta = \arcsin\left(\sin \frac{22\pi}{7}\right) \quad \text{et} \quad \gamma = \arctan\left(\tan \frac{22\pi}{7}\right).$$

Consignes pour cet exercice 3 :

- On écrira chaque résultat sous la forme  $\frac{k\pi}{n}$  avec  $k$  et  $n$  des entiers tels que la fraction  $\frac{k}{n}$  soit irréductible.
- Chacun des trois calculs sera illustré par un dessin de cercle trigonométrique annoté.

**Exercice 4** ( $\simeq 4$  points). On définit  $\alpha = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$ .

Dans cet exercice, on écrira chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

1. Calculer les nombres  $\cos(\alpha)$  et  $\sin(2\alpha)$ .
2. a) Démontrer que le nombre  $\tan(2\alpha)$  est bien défini.  
b) Calculer le nombre  $\tan(2\alpha)$ .

**Exercice 5** ( $\simeq 4$  points). On définit  $\beta = \arctan\left(3\sqrt{7}\right)$ .

1. Calculer  $\cos(\beta)$  en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer  $\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$ .

**Fin du devoir**