

- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- **La rédaction entrera pour une part importante de la notation**
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

**Exercice 1 (  $\simeq 3$  points).** Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation  $\frac{x-1}{5} - \frac{3x-2}{2} = 1$ .

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 6}{\sqrt{9 - x^2}}$ .

**Exercice 2 (  $\simeq 11,5$  points).** On considère  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{2 \ln x + 1}{x^2}.$$

1. Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .
2. a) Déterminer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $0^+$  (c'est-à-dire quand  $x$  tend vers 0 avec  $x > 0$ ).  
b) Déterminer la limite de  $f(x)$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ .
3. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ . On précisera également les valeurs à mettre au bout des flèches.
4. a) Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .  
b) Sur quel(s) intervalle(s) contenu(s) dans  $]0; +\infty[$  la fonction  $f$  est-elle convexe ?

**Exercice 3 (  $\simeq 5,5$  points).** On considère sur l'intervalle  $[0; \pi]$  la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = 4 \cos(3x) - 9x^2.$$

1. Calculer  $f'(x)$  et  $f''(x)$  pour tout  $x \in [0; \pi]$ .
2. Sur quel(s) intervalle(s) contenu(s) dans  $[0; \pi]$  la fonction  $f$  est-elle convexe ?

**Fin du devoir**