- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom : **Prénom :**

Exercice 1 ($\simeq 4,5$ points). Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On définit le nombre ℓ par
$$\ell = \frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{7}}{\frac{10}{7}-\frac{1}{2}}$$
Calculer ℓ et l'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation
$$\frac{12-5x}{4-x} = \frac{5}{3}$$
On écrira le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

3. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1+2\sin x}{1-2\cos x}$.

Exercice 2 ($\simeq 9,5$ points). On considère f la fonction définie par :
$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 5x - 4\ln x.$$
On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? On le notera D_f.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$. On écrira $f'(x)$ sous la forme $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ où g est une fonction à déterminer.
3. Calculer les limites de f aux bornes de D_f.
4. Dresser le tableau de variations de f sur D_f (en précisant également les valeurs aux extrémités de chaque flèche).
5. Calculer $f''(x)$ pour tout $x \in D_f$.
6. Sur quel(s) intervalle(s) contenu(s) dans D_f la fonction f est-elle convexe ?
7. Tracer l'allure de C_f en respectant les résultats trouvés aux questions précédentes. On indiquera également les éventuelles tangentes horizontales.
Données pour le tracé : $4\ln 2 \simeq 2,8$

Tournez la page svp →

Exercice 3 ($\simeq 2$ points). Calculer

$$\alpha = \arccos\left(\cos\frac{147\pi}{5}\right) \qquad \text{et} \qquad \beta = \arcsin\left(\sin\frac{147\pi}{5}\right).$$

On écrira chaque résultat sous la forme $\frac{k\pi}{n}$ avec k et n des entiers tels que la fraction $\frac{k}{n}$ soit irréductible.

Exercice 4 ($\simeq 4$ points). Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, on écrira le résultat sous la forme $\frac{k}{n}$ avec k et n des entiers tels que la fraction $\frac{k}{n}$ soit irréductible.

1. Calculer $\cos\left(2\arcsin\frac{3}{5}\right)$.
2. Calculer $\sin\left(2\arccos\frac{4}{5}\right)$.
3. Calculer $\sin\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{9}\right)$.

Fin du devoir