

- Seul document autorisé : le formulaire distribué en début d'année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

Exercice 1 ($\simeq 2,5$ points). Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On définit le nombre ℓ par

$$\ell = \frac{\frac{2}{3}}{5} - \frac{2}{\frac{3}{5}}$$

Calculer ℓ et l'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation

$$\frac{x-1}{5} - \frac{3x-2}{2} = 1.$$

On écrira le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2 ($\simeq 5$ points). On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{2 \sin x - 4 \cos(3x)}{1 + \sin x}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Résoudre sur l'intervalle $[0; \pi]$ l'inéquation $f(x) < 2$.

TOURNEZ LA PAGE SVP \rightarrow

Exercice 3 ($\simeq 12,5$ points). On considère f la fonction définie par :

$$f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x - 3.$$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? On le notera D_f .
2. a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f$. On écrira $f'(x)$ sous la forme $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ où g est une fonction à déterminer.
b) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
c) Dresser le tableau de variations de f sur D_f (en précisant également les valeurs aux extrémités de chaque flèche).
3. a) Calculer $f''(x)$ pour tout $x \in D_f$.
b) Sur quel(s) intervalle(s) contenu(s) dans D_f la fonction f est-elle convexe?
4. Déterminer les coordonnées des points où la courbe C_f coupe l'axe des abscisses.
5. Tracer l'allure de la courbe C_f en respectant particulièrement les résultats trouvés aux questions précédentes.
 - Pour le tracé, il faudra absolument respecter les consignes suivantes :
 - ▶ sur l'axe des abscisses, 1 cm correspondra à 2 ;
 - ▶ sur l'axe des ordonnées, 1 cm correspondra à 1 ;
 - ▶ l'axe des abscisses sera gradué de 0 à 28 ;
 - ▶ l'axe des ordonnées sera gradué de -6 à 6.
 - Si besoin, on pourra utiliser pour le tracé (et uniquement pour le tracé) les valeurs approchées suivantes :

$$e \simeq 2,7 \quad ; \quad e^2 \simeq 7,4 \quad ; \quad e^3 \simeq 20,1.$$

Fin du devoir