

- Seul document autorisé : le formulaire distribué en première année
- Calculatrice et téléphone portable interdits
- Toutes les réponses devront être justifiées
- **La rédaction comptera pour une part non négligeable de la note**
- Énoncé à rendre avec la copie

Nom :

Prénom :

**Exercice 1 ( $\simeq 7$  points).** On considère  $f$  la fonction de deux variables définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 2x + y - 4) e^{-y}$$

1. Calculer, puis factoriser, les dérivées partielles premières de  $f$ .
2. Déterminer les points critiques de  $f$ . Combien y a-t-il de points critiques ?
3. Calculer les dérivées partielles secondes de  $f$ .
4. Déterminer la nature de chaque point critique (maximum local, minimum local...).

**Exercice 2 ( $\simeq 7$  points).** Les questions 1 et 2 de cet exercice sont indépendantes.

1. Déterminer puis représenter dans un repère orthonormé le domaine de définition de la fonction  $f$  définie par

$$f(x, y) = \sqrt{(x + y)(x - y + 2)}$$

2. On considère la fonction  $g$  de deux variables définie par :

$$g(x, y) = \frac{2 \ln(x^2 + y^2 + 6x)}{\ln(2y + 3)}$$

- a) Déterminer puis représenter dans un repère orthonormé le domaine de définition de la fonction  $g$ .
- b) Déterminer puis représenter, sur le dessin effectué à la question 2a, la ligne de niveau 2 de la fonction  $g$ .

**Exercice 3 ( $\simeq 6$  points).** On considère  $f$  la fonction de deux variables définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :

$$f(x, y) = \sin(2x) - x + y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 2y + 3$$

1. Calculer les dérivées partielles premières de  $f$ .
2. Déterminer les éventuels points critiques de  $f$ . Combien y a-t-il de points critiques ?
3. Calculer les dérivées partielles secondes de  $f$ .
4. Déterminer la nature de chaque point critique (maximum local, minimum local...).